



POSICIONAMIENTO DINÁMICO Y GUIADO DE UN ROBOT MÓVIL CON CINEMÁTICA DE TRICICLO

JOSEP MARIA FONT LLAGUNES, JOAQUIM A. BATLLE

Universitat Politècnica de Catalunya, ETS de Ingeniería Industrial de Barcelona
Departamento de Ingeniería Mecánica
Avda. Diagonal 647, pabellón D, 08028 Barcelona, España

(Recibido 16 de febrero de 2005, para publicación 29 de marzo de 2005)

Resumen – Posicionamiento y guiado son dos problemas fundamentales en la navegación de robots móviles. En la primera parte de este trabajo se presenta un algoritmo de posicionamiento, basado en un goniómetro láser y un conjunto de reflectores, que permite calcular la posición y la orientación de un robot móvil sin posiciones indeterminadas si se emplea un mínimo de tres reflectores no alineados. La simulación en tiempo real de la evolución de los ángulos, relativos al robot, de las rectas entre el goniómetro láser y los reflectores utilizados permite el uso consistente del algoritmo propuesto en condiciones dinámicas –robot en movimiento–. En segundo lugar se presenta un método de guiado, para un robot móvil con cinemática de triciclo, que a partir de los errores de posición y de orientación del robot controla de forma asintóticamente estable la trayectoria de uno de sus puntos. El punto elegido depende del tipo de maniobra que realice el robot. En el trabajo se presentan resultados experimentales utilizando un prototipo real, que demuestran la precisión del algoritmo de posicionamiento dinámico y la estabilidad de la ley de guiado propuesta.

Palabras clave – Robótica móvil, posicionamiento, localización, guiado, cinemática.

1. INTRODUCCIÓN

Los robots móviles o vehículos autoguiados (AGV) son una herramienta eficiente para realizar el transporte en los procesos de fabricación flexible. Los sistemas de posicionamiento y de guiado que incorporan permiten que el vehículo sea capaz de seguir autónomamente una determinada trayectoria dentro del entorno de trabajo [1]. Esta trayectoria se define para un punto característico del vehículo, el cual puede variar según la maniobra que se realice.

Los métodos de posicionamiento de robots móviles se clasifican en dos grupos [2]: posicionamiento relativo y posicionamiento absoluto. Los primeros estiman la posición y la orientación del robot a partir de una configuración inicial conocida y de mediciones internas al robot, este es el caso de la odometría y la navegación inercial. La odometría es un método muy utilizado por su bajo coste, elevada frecuencia de cálculo y buena precisión a corto plazo. Sin embargo, la acumulación de errores de integración con la distancia recorrida por el vehículo es inevitable y representa un gran inconveniente [3].

Los métodos de posicionamiento absoluto determinan la posición y la orientación del robot detectando distintas características de un entorno conocido. Estas características pueden ser artificiales si su única función es formar parte del sistema de posicionamiento –por ejemplo reflectores–, o naturales si se trata de características propias del entorno como esquinas o paredes. Estas técnicas son más fiables pero resultan más lentas. En la mayoría de aplicaciones reales se combina la odometría con un método absoluto para reducir de forma periódica el error acumulado.

En el apartado 2 de este trabajo se presenta un algoritmo de posicionamiento dinámico, basado en ángulos absolutos, que permite calcular la posición y la orientación del robot móvil de forma absoluta y sin posiciones indeterminadas si se emplea un mínimo de tres reflectores no alineados. En el apartado 4.2 se presentan los resultados de la validación experimental del método mediante un robot móvil real.

En el trabajo también se presenta un método de guiado para un robot móvil con cinemática de triciclo, que a partir de los errores de posición y de orientación del robot controla de forma asintóticamente estable

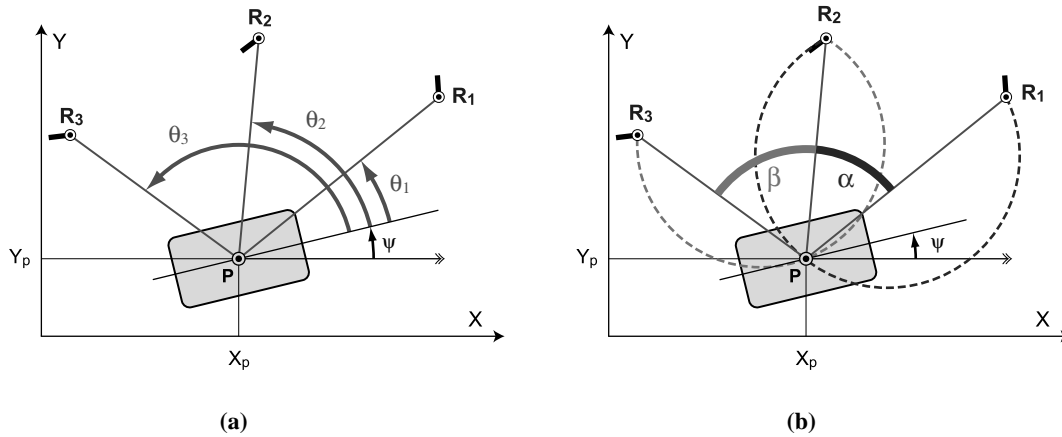


Fig. 1. (a) La posición (X_p, Y_p) y la orientación ψ se pueden determinar a partir de θ_1 , θ_2 y θ_3 por triangulación. (b) Algoritmo de triangulación basado en intersección de arcos capaces.

la trayectoria de uno de sus puntos –apartado 3–. En vehículos de tipo triciclo, el guiado se realiza controlando la velocidad angular de dirección de la rueda directriz [4,5]. La estabilidad de la ley de guiado que se propone se ha comprobado experimentalmente con el mismo prototipo, y los resultados obtenidos se presentan en el apartado 4.3.

2. POSICIONAMIENTO DINÁMICO DEL ROBOT

2.1. Sistema de posicionamiento láser

El algoritmo que se propone se basa en un sistema de posicionamiento láser, que está compuesto por un goniómetro –cabezal láser rotativo de estátor fijo al bastidor del robot– y un conjunto de reflectores catódicos distribuidos por el entorno. El cabezal emite un haz que barre horizontalmente el entorno y se refleja cuando incide en un reflector. Un encoder incremental mide el ángulo del haz láser relativo al bastidor θ_i en el instante de inicio de la reflexión.

2.2. Algoritmos de triangulación

Los algoritmos de triangulación determinan la posición del centro del cabezal P y la orientación del robot, a partir de los ángulos correspondientes a tres reflectores θ_1 , θ_2 y θ_3 –relativos al eje longitudinal del vehículo–, Fig. 1a. Para aplicar de forma consistente los algoritmos de triangulación, los ángulos θ_i deben conocerse para una misma configuración del robot. Esta condición que se verifica de forma obvia en condiciones estáticas, es problemática cuando el robot se encuentra en movimiento ya que los reflectores se detectan en diferentes posiciones y orientaciones del robot [6]. Este problema se soluciona mediante la simulación en tiempo real de la evolución de los ángulos relativos entre reflexiones, la cual depende de la cinemática particular del robot. En [7] se presenta este método aplicado a un vehículo con cinemática de triciclo. Otros autores atenúan los errores derivados del uso inconsistente de los algoritmos de triangulación en condiciones dinámicas mediante un filtro extendido de Kalman [8], el uso del cual resulta inadecuado debido a la distribución no gaussiana de estos errores.

El procedimiento habitual de triangulación utiliza los ángulos relativos entre reflectores α y β –obtenidos por diferencia entre los ángulos medidos–, y determina la posición del centro del cabezal P por triangulación basada en intersección de arcos capaces (Fig. 1b) [9–11]. Determinada la posición se puede calcular fácilmente la orientación ψ del robot. Este procedimiento presenta como ventajas su independencia respecto a la orientación del robot y su bajo coste computacional [10]. Sin embargo, es indeterminado para posiciones sobre la circunferencia que pasa por los tres reflectores [9], cerca de la cual el error de posicionamiento es elevado.

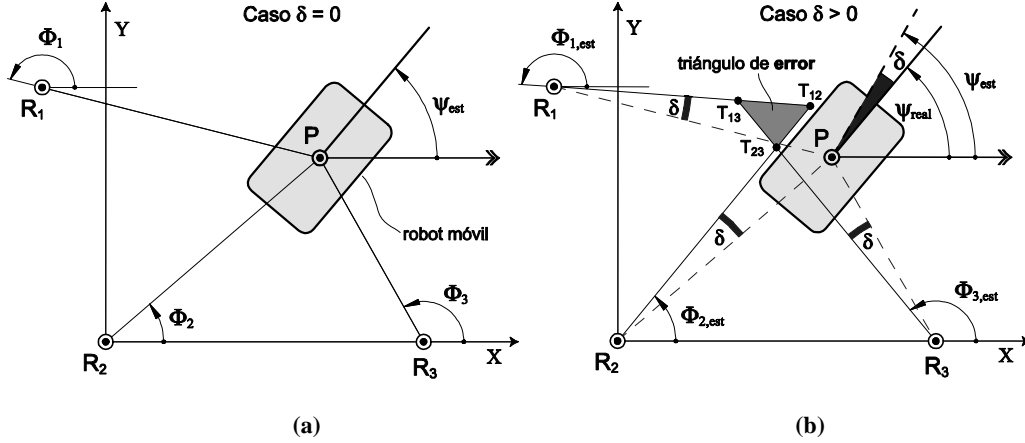


Fig. 2. (a) Caso en que la estimación de la orientación es correcta. (b) Aparece un error $\delta > 0$ y las rectas se cortan formando el triángulo de error.

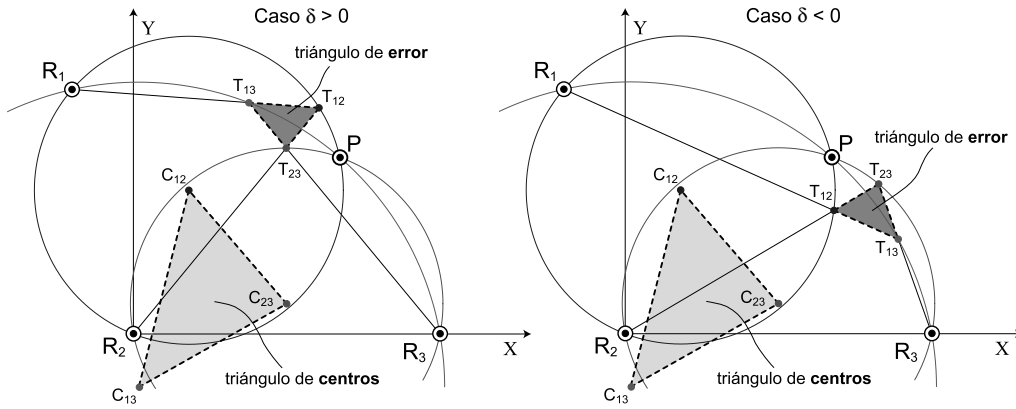


Fig. 3. Relación entre el triángulo de error y el triángulo de centros para $\delta > 0$ y $\delta < 0$.

El método de triangulación que se presenta a continuación aporta una solución a este problema. Utiliza los ángulos absolutos, en vez de relativos, para tres reflectores no alineados y permite el cálculo de la posición sin que existan indeterminaciones. También permite el cálculo preciso de la orientación del robot en todas las posiciones, a excepción de las que se encuentran sobre la circunferencia que pasa por los tres reflectores. Cuando el robot se encuentra cerca o sobre esta circunferencia crítica –circunstancias usualmente transitorias– la orientación se determina mediante odometría.

2.3. Algoritmo de posicionamiento basado en ángulos absolutos

Ya se ha comentado que el goniómetro mide el ángulo, relativo al bastidor del robot, de la recta definida por su centro P y un reflector cualquiera R_i . A partir de una estimación odométrica de la orientación del robot ψ_{est} , puede determinarse una aproximación del ángulo absoluto $\Phi_{i,est}$ de esta recta.

Si la estimación de la orientación ψ_{est} fuera correcta y la resolución del encoder infinita, las rectas asociadas a tres reflectores de posición conocida (R_1, R_2 y R_3) se cortarían en el punto P (centro del cabezal láser), tal como se muestra en la Fig. 2a. Si $\delta = \psi_{est} - \psi_{real}$ es el error entre la estimación de ψ y su valor real, las rectas se cortan formando un *triángulo de error*, Fig. 2b.

Es obvio que un determinado vértice del triángulo de error T_{ij} pertenece a la circunferencia, de centro C_{ij} , que pasa por P, R_i y R_j , Fig. 3. El análisis geométrico pone de manifiesto que el triángulo de error y el triángulo que tiene como vértices C_{12}, C_{13} y C_{23} , llamado *triángulo de centros*, son semejantes con una relación de semejanza r que depende del error δ cometido en la estimación odométrica de ψ .

$$r(\delta) = 2\text{sen}|\delta| \quad (1)$$

La determinación de los dos triángulos permite calcular la relación de semejanza r mediante la ec. (2):

$$r = \sqrt{A_e/A_c} \quad (2)$$

donde A_e representa la área del triángulo de error y A_c la del triángulo de centros. Si un vértice del triángulo de error no se puede determinar porque P está alineado con dos de los reflectores (por ejemplo con R_j y R_k), la relación de semejanza se puede determinar a través de la relación entre las longitudes de los lados finitos de ambos triángulos:

$$r = \frac{|T_{ij}T_{ik}|}{|C_{ij}C_{ik}|} \quad (3)$$

Entonces, combinando las ecuaciones (1), (2) y (3) se puede determinar el valor absoluto del error δ utilizando las siguientes expresiones:

$$|\delta| = \arcsen\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{A_e}{A_c}}\right) \quad (4)$$

$$|\delta| = \arcsen\left(\frac{1}{2}\frac{|T_{ij}T_{ik}|}{|C_{ij}C_{ik}|}\right) \quad (5)$$

El signo de δ se determina a partir del ángulo de orientación del triángulo de error respecto al triángulo de centros: $90-|\delta|$ en sentido horario si $\delta > 0$, y en sentido antihorario si $\delta < 0$, Fig. 3. Así pues, el signo de δ coincide con el de la componente Z del producto vectorial de un lado del triángulo de error por el homólogo del triángulo de centros:

$$\text{sign}(\delta) = \text{sign}\left[\overline{T_{ij}T_{ik}} \wedge \overline{C_{ij}C_{ik}}\right]_Z \quad (6)$$

Conocido el error δ , se determina la orientación real del robot y los ángulos absolutos Φ_i asociados a cada reflector. La orientación del robot resulta indeterminada si P se encuentra sobre la circunferencia que pasa por los tres reflectores, en este caso se recurrirá a la previsión odométrica ψ_{est} .

Dado que la precisión del método depende de la posición de P respecto a los reflectores utilizados [12], se calcula la intersección de cada una de las tres parejas de rectas: P_{12} , P_{13} , P_{23} ; y se pondera cada estimación de posición P_{ij} con un peso W_{ij} inversamente proporcional al error máximo que se puede cometer utilizando los reflectores R_i y R_j si se considera la resolución angular del cabezal:

$$W_{ij} = \frac{\text{sen}\alpha_{ij}}{\max[L_{ij}, 2\rho_{ij}]} \quad (7)$$

donde α_{ij} es el ángulo entre las rectas de los reflectores R_i y R_j , L_{ij} es la distancia entre estos reflectores, y ρ_{ij} es la distancia entre el punto medio del segmento R_iR_j y el centro del cabezal. Determinados los pesos W_{12} , W_{13} y W_{23} se realiza una media ponderada para calcular la posición del punto P del robot.

3. GUIADO DEL ROBOT

3.1. Cinemática del vehículo

El robot móvil que se considera en este trabajo es un transpalet apilador con cinemática de triciclo, Fig. 4a. El vehículo consta de dos ruedas coaxiales situadas en la horquilla, una rueda auto-orientable, y la rueda motriz y directriz, Fig. 4b.

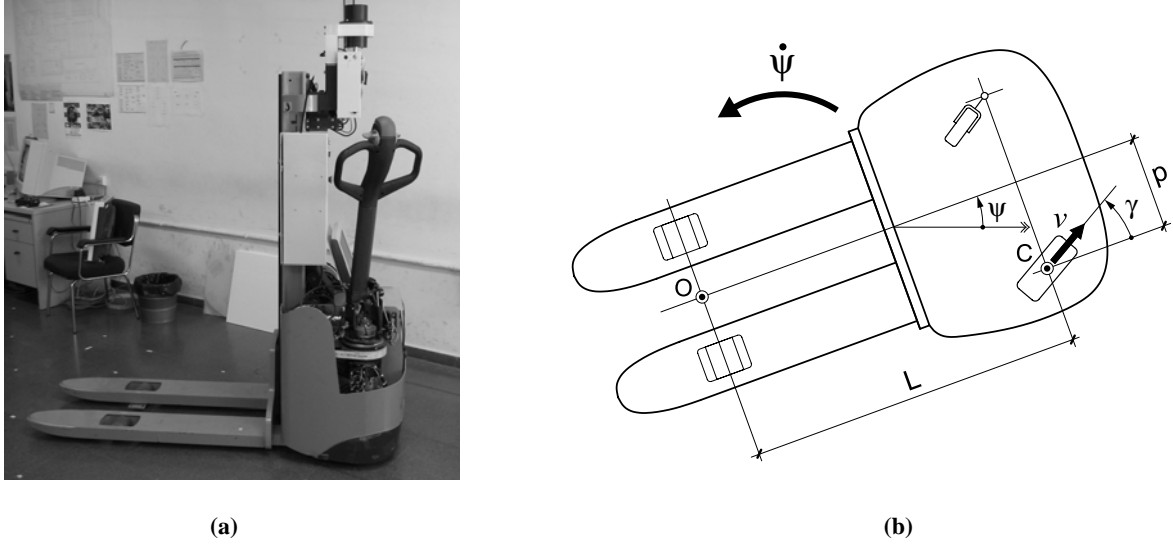


Fig. 4. (a) Robot móvil dentro del laboratorio de experimentación. (b) Parámetros geométricos (p, L) y cinemáticos (v, γ, ψ) del vehículo.

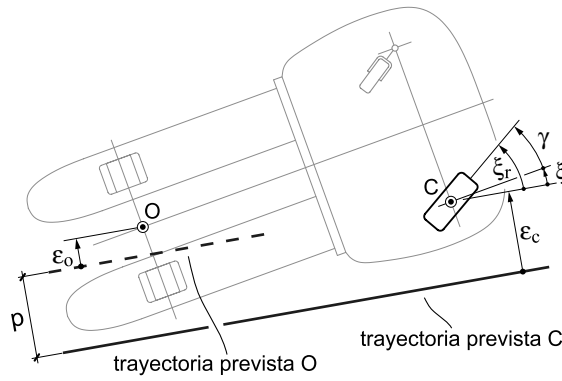


Fig. 5. Trayectoria prevista para C y para O, y parámetros de error considerados.

Se pretende controlar la trayectoria del centro de su rueda motriz y directriz (punto C) en la modalidad de marcha usual para largos recorridos –marcha de crucero–, y el punto entre las dos ruedas de la horquilla (punto O) en la realización de maniobras de carga y descarga de palets –marcha de maniobra–.

En la Fig. 4b las variables v y γ ($-90^\circ < \gamma < 90^\circ$) son la velocidad de C y la orientación de la rueda respecto al bastidor respectivamente –positivas en el sentido de la figura–. Estas variables se pueden medir mediante los encoders de tracción y de dirección instalados en el vehículo. La variable ψ indica la orientación del vehículo, cuya evolución está regida por la ecuación (8):

$$\dot{\psi} = \frac{v}{L} \text{sen} \gamma \tag{8}$$

siendo L la distancia entre ejes del robot.

3.2. Ley de guiado

En vehículos con cinemática de triciclo la ley de guiado se define para la velocidad angular de dirección de la rueda directriz [4,5], y depende de los errores de posición y de orientación del robot respecto a la trayectoria prevista. La Fig. 5 muestra los parámetros de error considerados para el guiado rectilíneo del triciclo a partir de la trayectoria prevista para el centro C de la rueda motriz-directriz o para el punto O.

En la Fig. 5, los errores ε_c y ε_o indican la desviación lateral de los puntos C y O. Los errores angulares ξ y ξ_r indican el error de orientación del vehículo y de la rueda motriz-directriz respectivamente. Estos errores se determinan a partir de la posición y la orientación del vehículo en cada instante, calculadas mediante el sistema de posicionamiento láser, y del valor del ángulo de guiado γ . Las ecuaciones (9) y (10) relacionan los parámetros de error definidos:

$$\xi_r = \xi + \gamma \quad (9)$$

$$\varepsilon_c = \varepsilon_o + L \operatorname{sen} \xi \approx \varepsilon_o + L\xi \quad (10)$$

El guiado, por incluir maniobras cinemáticamente inestables, requiere una realimentación que implique el error considerado y sus dos primeras derivadas temporales para garantizar su estabilidad asintótica. Se propone una ley de guiado general como forma lineal de ε_o o ε_c , ξ o ξ_r y γ . Según las variables que se escojan y considerando las ecuaciones (9) y (10) que las relacionan, se tienen las siguientes expresiones en función de los coeficientes a , b y c independientes:

$$\dot{\gamma} = -a\varepsilon_o - b\xi - c\gamma \quad (11)$$

$$\dot{\gamma} = -a\varepsilon_c - (b - aL)\xi - c\gamma \quad (12)$$

$$\dot{\gamma} = -a\varepsilon_c - (b - aL)\xi_r - (c - b + aL)\gamma \quad (13)$$

La ecuación (11) es la apropiada para el guiado del punto O –marcha de maniobra– y las ecuaciones (12) y (13) para el guiado de C –marcha de crucero–. A partir de la ley de guiado anterior, y teniendo en cuenta las siguientes ecuaciones linealizadas de evolución de los errores:

$$\dot{\varepsilon}_c = v \operatorname{sen} \xi_r \approx v\xi_r \quad (14)$$

$$\dot{\varepsilon}_o = v \operatorname{sen} \xi \approx v\xi \quad (15)$$

$$\dot{\xi} \approx \frac{v}{L}\gamma \quad (16)$$

se obtiene la siguiente ecuación diferencial de tercer orden que rige la evolución de todos los parámetros de error considerados:

$$\ddot{q} + c\dot{q} + \frac{v}{L}b\dot{q} + \frac{v^2}{L}aq = 0; \quad q \equiv \varepsilon_c, \varepsilon_o, \xi, \xi_r, \gamma \quad (17)$$

La ley de guiado debe extinguir de forma asintóticamente estable los errores de posición y orientación. La aplicación del criterio de Routh-Hurwitz para garantizar la estabilidad de la ecuación de evolución anterior conduce para $v > 0$ a las condiciones:

$$\begin{aligned} a > 0, b > 0, c > 0 \\ \frac{bc}{a} > v \end{aligned} \quad (18)$$

y para $v < 0$:

$$\begin{aligned} a > 0, b < 0, c > 0 \\ \frac{|b|c}{a} > |v| \end{aligned} \quad (19)$$

La ley de guiado anterior permite controlar de forma estable una trayectoria rectilínea de los puntos O y C, mediante una realimentación que depende de tres parámetros (a , b y c) que deben verificar las restricciones (18) y (19) según el sentido de la velocidad de C. Los valores de a , b y c se determinan imponien-

do que las raíces del polinomio característico de la ecuación (17) sean una real y dos complejas conjugadas.

3.3. Guiado simple para $v > 0$

En los movimientos en los que la rueda motriz-directriz va por delante en el sentido de la marcha ($v > 0$), al ser cinemáticamente estables, se puede definir una ley de guiado más simple que depende tan solo de dos parámetros a y b :

$$\dot{\gamma} = -a\varepsilon_c - b\xi_r - \frac{v}{L}\gamma \quad (20)$$

$$\dot{\gamma} = -a\varepsilon_c - b\xi - \left(b + \frac{v}{L}\right)\gamma \quad (21)$$

$$\dot{\gamma} = -a\varepsilon_o - (b + aL)\xi - \left(b + \frac{v}{L}\right)\gamma \quad (22)$$

Las ecuaciones que rigen la evolución de los parámetros de error y del ángulo de guiado γ son en este caso:

$$\Phi(q) = \ddot{q} + b\dot{q} + avq = 0; \quad q \equiv \varepsilon_c, \xi_r \quad (23)$$

$$\Phi'(q) + \frac{v}{L}\Phi(q) = 0; \quad q \equiv \varepsilon_o, \xi, \gamma \quad (24)$$

La estabilidad de la ecuación (23), para a y $b > 0$, garantiza la de la ecuación (24). Se debe notar que para $v < 0$, las variables ε_c y ξ_r evolucionan de forma estable si $a < 0$ y $b > 0$, pero bajo estas condiciones las variables ε_o , ξ y γ son inestables.

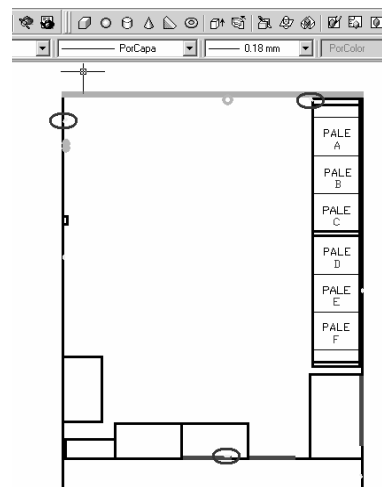
4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

4.1. Descripción del sistema de experimentación

Los métodos de posicionamiento y guiado se han validado mediante el robot móvil transpalet apilador que se ha descrito en el apartado 3.1. En la Fig. 6a se muestra el mismo vehículo realizando tareas de



(a)



(b)

Fig. 6. (a) Robot móvil utilizado. (b) Mapa CAD del laboratorio de experimentación.

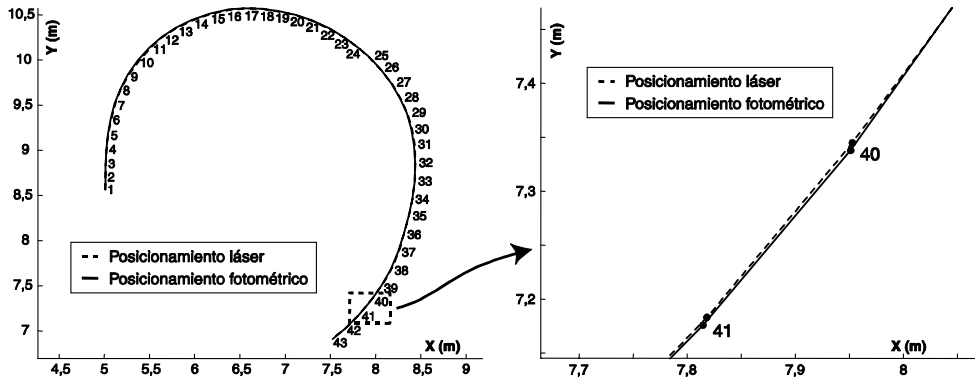


Fig. 7. Trayectoria para la validación del método. A la derecha, un detalle de la trayectoria.

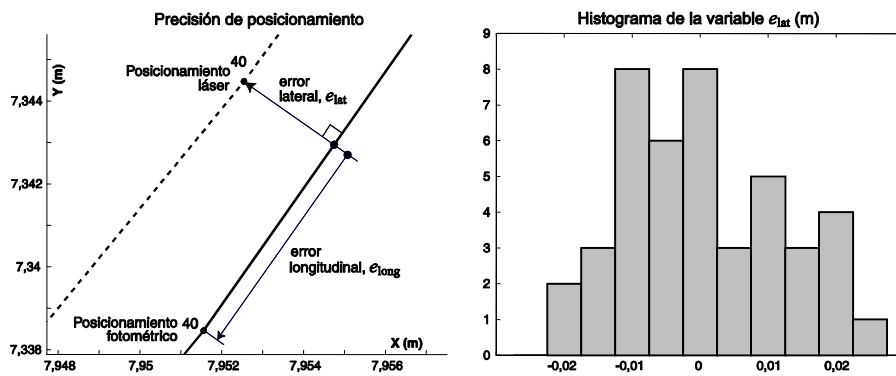


Fig. 8. Detalle del error del método. A la derecha, histograma de la variable e_{lat} .

almacenaje al interior del laboratorio de experimentación. La Fig. 6b muestra un mapa CAD de este entorno de experimentación con la localización de los reflectores utilizados. Sus posiciones se han medido topográficamente para disminuir las incertidumbres del método y aumentar de este modo la precisión del sistema de posicionamiento.

El cabezal láser instalado gira a una frecuencia de 8 Hz y su *encoder* ofrece 65535 pulsos por vuelta, lo que representa una resolución angular de 0,095 mrad. La longitud máxima de reflexión es de 30 m. El vehículo también incorpora un *encoder* de tracción y un *encoder* de dirección, que miden las variables v y γ respectivamente. Estas se requieren para realizar la estimación odométrica de w y para la aplicación del algoritmo de simulación dinámico que estima en tiempo real la medida de los ángulos relativos a los reflectores [7]. Estas variables también se utilizan en el cálculo de la consigna angular de guiado.

El hardware utilizado para realizar los cálculos del algoritmo de posicionamiento y de la consigna de guiado es un procesador PC104 Pentium III Celeron a 400 MHz –instalado en el robot– que funciona con un sistema operativo en tiempo real RT-Linux 3.2.

4.2. Validación del algoritmo de posicionamiento

El método de posicionamiento propuesto se ha validado mediante fotometría. Esta técnica utiliza un trazador que marca un punto de la trayectoria sobre el suelo cada segundo. Se realizan varias fotografías de la trayectoria mediante una cámara de alta resolución que deben incluir al menos dos puntos de referencia medidos previamente con una precisión sub-milímetro. A partir de estas fotografías, se determina la trayectoria real seguida por un punto del vehículo. La Fig. 7 muestra la trayectoria calculada mediante el método propuesto (posicionamiento láser) y la trayectoria real estimada por fotometría.

Existe un error longitudinal y un error lateral entre los puntos calculados y los determinados por fotometría (Fig. 8). El error longitudinal está asociado a un retardo entre el punto calculado y el que traza el

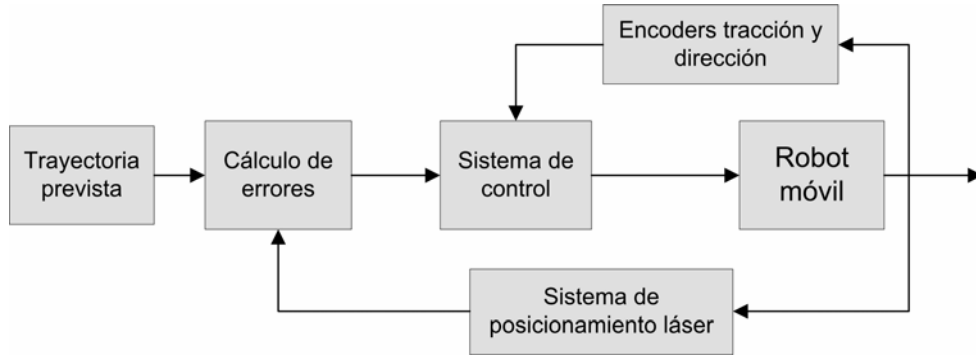


Fig. 9. Diagrama de bloques del control en lazo cerrado.

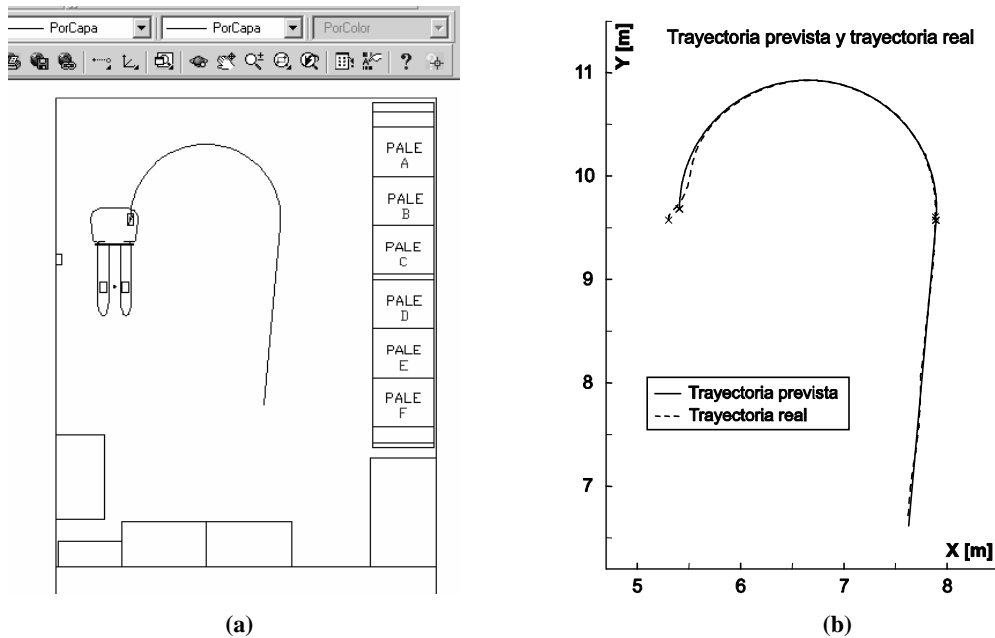


Fig. 10. (a) Trayectoria prevista dentro del laboratorio. (b) Trayectoria real durante la prueba.

marcador, por lo que se toma el error lateral e_{lat} como medida de la precisión del método. En la misma figura se muestra el histograma de esta variable durante la trayectoria experimental. Se observa como el error lateral es siempre inferior a 23 mm. La media del error lateral en valor absoluto es de 9,7 mm y su desviación estándar 6,6 mm.

4.3. Validación del método de guiado

Se ha utilizado el mismo robot móvil para validar el método de guiado en su versión simple para $v > 0$. Se pretende controlar la trayectoria del centro de la rueda motriz-directriz C en marcha de crucero. Los errores ε_c y ξ_r se determinan a partir del posicionamiento real del robot y del valor del ángulo de guiado γ . Determinados los errores, el sistema de control genera la consigna de control a partir de la ecuación (20). La Fig. 9 muestra el diagrama de bloques del control en lazo cerrado del robot.

Mediante un programa CAD se ha definido la trayectoria prevista para C dentro del laboratorio (Fig. 10a). La Fig. 10b muestra la trayectoria real seguida por el robot, compuesta por un arco de circunferencia de radio 1,24 m y un tramo recto de 3 m. En [13] se define la ley de guiado para trayectoria circular en marcha de crucero. La velocidad nominal del centro de la rueda motriz durante la prueba ha sido de $0,2 \text{ ms}^{-1}$.

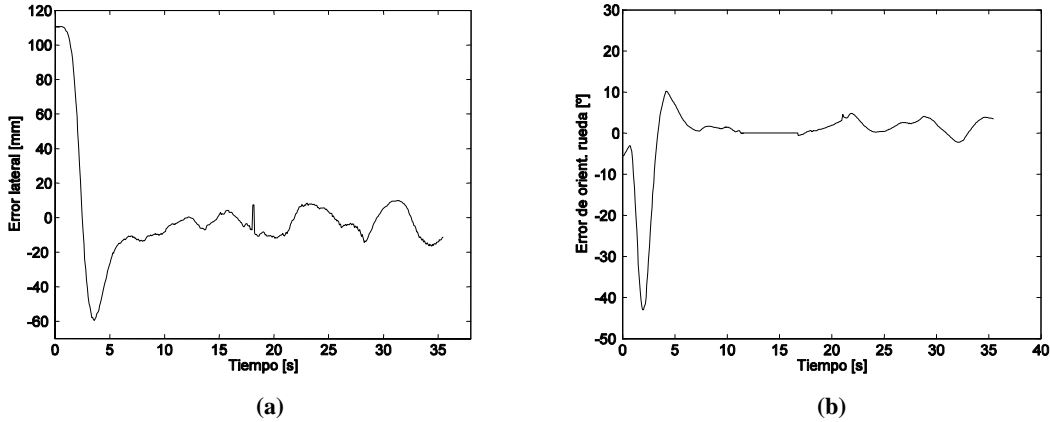


Fig. 11. Evolución temporal del error lateral ε_c y del error de orientación ξ_r .

En la Fig. 11 se muestra la evolución del error lateral ε_c y del error de orientación ξ_r durante la trayectoria de validación. Se observa como el sistema de control corrige la desviación lateral inicial de 110 mm. Una vez corregida esta desviación lateral inicial, el error lateral máximo observado es de 16,5 mm. El error de orientación de la rueda también es elevado en el transitorio de corrección del error lateral inicial, ya que la ley de guiado de corrección actúa sobre la orientación de la rueda. Finalizado este transitorio, este error se mantiene inferior a $3,8^\circ$ oscilando alrededor de cero.

5. CONCLUSIONES

El método de posicionamiento presentado constituye una eficaz alternativa al método de posicionamiento basado en ángulos relativos. Su precisión se ha experimentado en un robot móvil equipado con un goniómetro láser, sensores odométricos y el hardware necesario. Se ha utilizado fotometría para estimar la posición real del vehículo. El error lateral máximo, entre trayectoria real y calculada, ha sido de 23 mm. En el futuro se prevé utilizar simultáneamente este método y el basado en ángulos relativos, alternándolos según el error asociado a la resolución angular del goniómetro.

Otra línea futura de investigación consiste en aplicar un filtro extendido de Kalman (EKF) para fusionar la simulación odométrica de los ángulos relativos con sus medidas reales. Mediante este algoritmo, que tiene en cuenta los errores y los minimiza si su distribución es gaussiana, se pretende mejorar la precisión y la robustez del método de posicionamiento.

El método de guiado presentado controla de forma asintóticamente estable la trayectoria de uno de los puntos de un robot móvil con cinemática de triciclo. El punto para el cual se define la trayectoria depende del tipo de maniobra del robot. Por incluir maniobras cinemáticamente inestables, la ley de guiado general requiere una realimentación que depende de tres parámetros. En el caso cinemáticamente estable (en que $v > 0$) una realimentación que depende tan solo de dos parámetros es suficiente. La estabilidad de la ley de guiado simple –para el caso cinemáticamente estable– se ha comprobado experimentalmente mediante un robot móvil equipado con un sistema de posicionamiento láser, sensores odométricos y un sistema de control adecuado. Una línea de trabajo futuro consiste en completar el método con leyes de guiado para otros tipos de trayectorias.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se inscribe en el proyecto “Sistema de Posicionamiento y Guiado Láser para Robots Móviles” del Centro de Referencia de I+D en Técnicas Avanzadas de Producción (CeRTAP), de la Generalitat de Catalunya.

Se agradece la colaboración de Josep Escoda –del Departamento de Ingeniería de Sistemas, Automática e Informática Industrial– en la realización de los experimentos.

REFERENCIAS

- [1] C. T. Leondes, *Mechatronic Systems Techniques and Applications. Volume 2 Transportation and Vehicular Technology*, Gordon and Breach Science Publishers, Amsterdam (2000)
- [2] J. Borenstein, H. R. Everett, L. Feng y D. Wehe, “Mobile Robot Positioning – Sensors and Techniques”, *Journal of Robotic Systems* **14**(4), 231–249 (1997)
- [3] A. Kelly, “Linearized Error Propagation in Odometry”, *International Journal of Robotics Research* **23**(2), 179–218 (2004)
- [4] A. Hemami, “Steering Control Problem Formulation of Low-Speed Tricycle-Model Vehicles”, *Int. Journal of Control* **61**(4), 783–790 (1995)
- [5] I. J. Cox, “Blanche—An Experiment in Guidance and Navigation of an Autonomous Robot Vehicle”, *IEEE Trans. on Robotics and Automation* **7**(2), 193–203 (1991)
- [6] T. Skewis y V. Lumelsky, “Experiments with a mobile robot operating in a cluttered unknown environment”, *Journal of Robotic Systems* **11**(9), 281–300 (1994)
- [7] J. A. Battle, J. M. Font y J. Escoda, “Dynamic positioning of a mobile robot using a laser-based goniometer”, *Proceedings 5th IFAC/EURON Symposium on Intelligent Autonomous Vehicles* CD-ROM, Lisboa (2004) [próxima publicación por Elsevier]
- [8] H. Hu y D. Gu, “Landmark-based navigation of autonomous robots in industry”, *International Journal of Industrial Robot* **27**(6) 458–467 (2000)
- [9] C. D. McGillem y T. S. Rappaport, “A Beacon Navigation Method for Autonomous Vehicles”, *IEEE Transactions on Vehicular Technology* **38**(3), 132–139 (1989)
- [10] C. Cohen y F. Koss, “A comprehensive study of three object triangulation”, *Proceedings SPIE Conference on Mobile Robots*, 95–106, Boston (1993)
- [11] M. Betke y L. Gurvits, “Mobile Robot Localization Using Landmarks”, *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **13**(2), 251–263 (1997)
- [12] A. Kelly, “Precision Dilution in Triangulation Based Mobile Robot Position Estimation”, *Proceedings 8th Conference on Intelligent Autonomous Systems*, Amsterdam (2003)
- [13] J. A. Battle, J. M. Font y J. Escoda, “Guiado de un robot móvil con cinemática de triciclo”, *Anales de Ingeniería Mecánica* **15**(4), 2981–2986 (2004)

DYNAMIC POSITIONING AND GUIDANCE OF A MOBILE ROBOT WITH A TRICYCLE KINEMATICS

Abstract – Positioning and guidance are two fundamental problems in mobile robot navigation. In the first part of this work, a positioning algorithm based on a laser goniometer and a group of catadioptric landmarks is presented. It estimates the robot position and orientation without undetermined positions if a minimum of three unaligned landmarks are used. The real time simulation of the evolution of the bearing angles from robot axis to landmarks, allows a kinematically consistent use of the presented algorithm under robot dynamic condition – robot in motion–. In the second part, a guidance law for a mobile robot with a tricycle kinematics is presented. This law, which depends upon the robot position and orientation errors, guarantees the asymptotic stability of the trajectory of a robot point. The chosen point depends on the maneuver done by the robot. Experimental results –using a real mobile robot prototype– showing the accuracy of the dynamic positioning algorithm and the stability of the proposed guidance law are presented.

Keywords – Mobile robotics, positioning, localization, guidance, kinematics.

